

# Modellierung

Prof. Dr. Uwe Kastens

WS 2011 / 2012

## Begründung der Vorlesung

- Das **Modellieren** ist eine für das Fach **Informatik typische Arbeitsmethode**.
- Mit der Modellierung einer **Aufgabe** zeigt man, ob und wie sie **verstanden** wurde.
- Ein zutreffendes Modell ist **Voraussetzung** und Maßstab **für eine systematische Lösung**.
- Als **Ausdrucksmittel** muss man **passende Kalküle und Notationen** anwenden können.

## Ziele

Die Teilnehmer sollen

- einen Überblick über **grundlegende Modellierungsmethoden und -kalküle** bekommen,
- den **konzeptionellen Kern der Kalküle** beherrschen,
- die für die Methoden **typischen Techniken** erlernen und
- Kalküle an **typischen Beispielen** anwenden.

Insgesamt sollen sie lernen,

- Aufgaben **präzise** zu analysieren und zu beschreiben,
- **formale Kalküle als Arbeitsmittel** einzusetzen und
- den **praktischen Wert von präzisen Beschreibungen** erkennen.

siehe **Beschreibung des Moduls I.2.1 im Modulhandbuch:**

<http://www.cs.uni-paderborn.de/studium/studiengaenge/pruefungswesen/modulhandbuch.html>

## Durchführung

Zu jedem **Modellierungskalkül** soll(en)

- mit einigen typischen kleinen **Beispielen motivierend** hingeführt werden,
- der **konzeptionelle Kern** des Kalküls vorgestellt werden,
- **Anwendungstechniken und Einsatzgebiete** an Beispielen gezeigt und in den Übungen erfahren werden,
- an einem **durchgehenden Beispiel** größere Zusammenhänge gelernt werden,
- auf **weiterführende Aspekte** des Kalküls, seine Rolle in Informatikgebieten und -vorlesungen sowie auf algorithmische Lösungsverfahren **nur verwiesen** werden,

## Inhalt

Thema	Semesterwoche	Kap. im Buch „Modellierung“
1. Einführung	1	1
2. Grundlegende Strukturen		
Wertebereiche	2	2
Beweistechniken	3	4.3
3. Terme, Algebren	4, 5	3
4. Logik		
Aussagenlogik	6	4.1
Verifikation von Algorithmen	7	-
Prädikatenlogik	8	4.2
5. Graphen	9, 10	5
Verbindung, Zuordnung, Anordnung		
6. Modellierung von Strukturen		
Kontextfreie Grammatiken,	11	6.1
XML		6.2
Entity-Relationship Modell	12	6.3
UML Klassendiagramme		6.4
7. Modellierung von Abläufen		
Endliche Automaten,	13	7.1
Petri-Netze	14	7.2
8. Projekte, Zusammenfassung	15	8

## Literaturhinweise

Elektronisches Vorlesungsmaterial:

- **U. Kastens: Vorlesung Modellierung WS 2011 / 2012**  
<http://ag-kastens.uni-paderborn.de/lehre/material/model/>

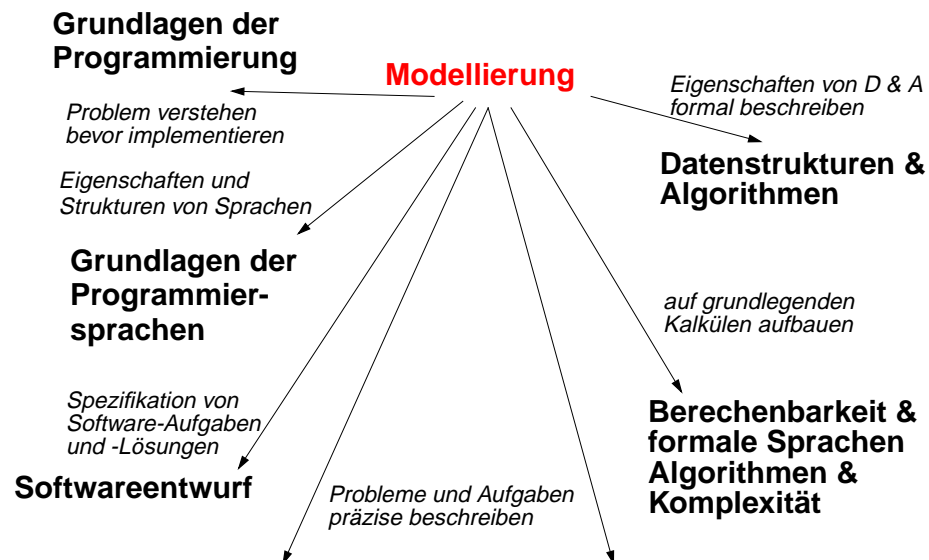
Das Buch zur Vorlesung:

- **Uwe Kastens, Hans Kleine Büning: Modellierung - Grundlagen und formale Methoden, 2. Auflage, Carl Hanser Verlag, 2008**

Weitere Bücher zum Nachlernen und Nachschlagen:

- **Gerhard Goos: Vorlesungen über Informatik, Band 1, 3. Auflage, Springer-Lehrbuch, 2000**
- **Thierry Scheurer: Foundations of Computing, System Development with Set Theory and Logic, Addison-Wesley, 1994**
- **Daniel J. Velleman: How To Prove It - A Structured Approach, 2nd ed., Cambridge University Press, 2006**

## Bezüge zu anderen Vorlesungen



## Elektronisches Skript: Startseite

Vorlesung Modellierung WS 2011/12 - Mozilla Firefox

<http://ag-kastens.uni-paderborn.de/lehre/material/model/>

Lehre | Universität Paderborn: ... | Suchen | Dictionaries | WissOrg | Reisen | Dienste

**UNIVERSITÄT PADERBORN**  
Die Universität der Informationsgesellschaft

Fachgruppe Kastens > Lehre > Modellierung WS 2011/12

Vorlesung Modellierung WS 2011/12

Folien  
Aufgaben  
Organisation  
Hinweise  
Mein koaLA

SUCHEN:

Vorlesungsfolien	Übungsaufgaben
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kapitelübersicht</li> <li>• Folienverzeichnis</li> <li>• Drucken</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aufgabenblätter</li> <li>• Drucken</li> </ul>
Organisation	Wissenswertes
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Personen, Termine, Regeln</li> <li>• Aktuelles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ziele</li> <li>• Literatur</li> <li>• Links</li> </ul>

Veranstaltungs-Nummer: L.079.05101  
Generiert mit Camelot | Probleme mit Camelot? | Geändert am: 07.09.2011

# Elektronisches Skript: Termine

**Termine**

**Vorlesung**

- Mo, 11:15 - 12:45, Hörsaal L 2
- Fr, 11:15 - 12:45, Hörsaal L 1

Beginn: 10. Okt 2011  
Ende: 3. Feb 2012

**Zentralübung**

- Mo, 13:00 - 13:45, Hörsaal L 2

Beginn: 24. Okt 2011  
Ende: 30. Jan. 2012

**Übungen**

vorläufige Liste, übernommen aus dem Vorlesungsverzeichnis:

- Übung 01 Mo 14:00 N 3 206
- ...
- Übung 18 Fr 14:00 N 3 206

Beginn: Mo 17. Okt. 2011  
Ende: Fr 3. Feb. 2012

**Klausurtermine**

Es wird zwei Klausurtermine nach Ende der Vorlesungszeit geben. Ort, Beginn und die Anmeldezeit wird das ZPS festlegen

In der Klausur sind nur die folgenden Hilfsmittel erlaubt:

- Ein beidseitig von Hand beschriebenes DIN A4 Blatt. Das Blatt muss persönlich von Hand beschrieben sein. Es sind also insbesondere keine Ausdrucke oder Kopien erlaubt. Auf dem Blatt muss die Matrikelnummer und der Name stehen. Wer ein solches Blatt in der Klausur nutzt, muss es mit der Klausur abgeben. Bei der Klausureinsicht kann das Blatt wieder abgeholt werden.
- Studierende, deren Muttersprache nicht deutsch ist, dürfen außerdem in der Klausur ein fremdsprachiges Wörterbuch ohne handschriftliche Eintragungen benutzen.

Weitere Wiederholungen der Klausur findet erst nach dem nächsten Wintersemester statt und werden mit möglicher Weise anderen Modalitäten von einem anderen Dozenten durchgeführt. Bonuspunkte werden dorthin NICHT übertragen.

# Regeln

## Übungen:

Es werden 4-stündige Übungen angeboten. Darin werden Aufgaben zum Vorlesungsstoff **unter Anleitung gelöst**.

## Hausübungen:

Es wird in jeder Woche ein **Hausübungszettel** ausgegeben (freitags). Abgabe der Lösungen am übernächsten Montag. Bearbeitung in **Gruppen** (2-4). Lösungen werden korrigiert, bewertet und zurückgegeben.

## Kurztests:

Es werden voraussichtlich 4 Kurztests (ca. 20 min) während der Zentralübung geschrieben korrigiert, bewertet und zurückgegeben.

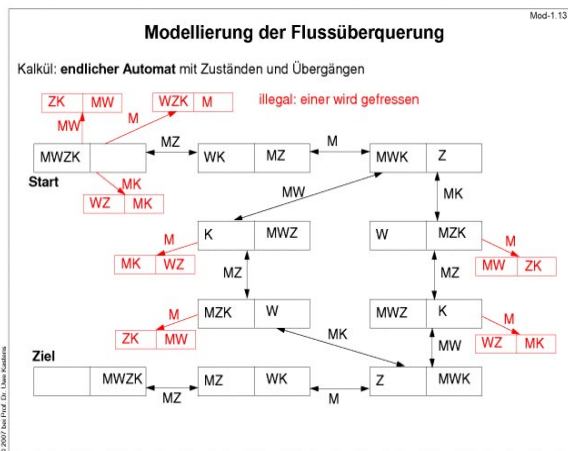
## Bonus:

Durch **Vorrechnen** in den Übungen, Punkte aus den **Hausübungen** und den **Kurztests** kann ein Bonus erworben werden. Damit kann die Note einer bestandenen Klausur um 1 oder 2 Notenschritte verbessert werden, z.B. von 2,3 auf 2,0 oder von 3,0 auf 2,3.

Details der Regeln findet man auf der **Organisationsseite**.

# Elektronisches Skript: kommentierte Folien

## Modellierung WS 2007/2008 - Folie 113



- Ziele:**  
Prozess der Modellierung am Beispiel erkennen
- in der Vorlesung:**  
Erläuterungen dazu (siehe auch nächste Folie):
- Bedeutung der Graphik und der Symbole,
  - Zustände und Übergänge eines endlichen Automaten (siehe Kap. 8),
  - Darstellung als Graph mit Knoten und Kanten (siehe Kap. 6)
  - Wertebereiche der Information zu Zuständen (siehe Kap. 2)
- Verständnisfragen:**
- Prüfen Sie, ob das Modell die Aufgabe korrekt und vollständig beschreibt.

Autor: Prof. Dr. Uwe Kastens

Generiert mit Camelot | Probleme mit Camelot? | Geändert am: 01.10.2007

# Beispiel: Die Flussüberquerung

## Aufgabe:

Ein Mann steht mit einem Wolf, einer Ziege und einem Kohlkopf am linken Ufer eines Flusses, den er überqueren will. Er hat ein Boot, das groß genug ist, ihn und ein weiteres Objekt zu transportieren, so dass er immer nur eins der drei mit sich hinübernehmen kann.

Falls der Mann allerdings den Wolf und die Ziege oder die Ziege und den Kohlkopf unbewacht an einem Ufer zurücklässt, so wird einer gefressen werden.

Ist es möglich, den Fluss zu überqueren, ohne dass die Ziege oder der Kohlkopf gefressen werden?

Quelle: Hopcroft, Ullman: Einführung in die Automatentheorie, formale Sprachen und Komplexitätstheorie, S. 14, 15

## Beispiel: Die Flussüberquerung

### Aufgabe:

Ein **Mann** steht mit einem **Wolf**, einer **Ziege** und einem **Kohlkopf** am **linken Ufer** eines **Flusses**, den er **überqueren** will. Er hat ein **Boot**, das groß genug ist, **ihn und ein weiteres Objekt** zu **transportieren**, so dass er immer nur eins der drei mit sich hinübernehmen kann.

Falls der Mann allerdings den **Wolf und die Ziege** oder die **Ziege und den Kohlkopf unbewacht an einem Ufer** zurücklässt, so wird einer **gefressen** werden.

Ist es möglich, den Fluss zu überqueren, ohne dass die Ziege oder der Kohlkopf gefressen werden?

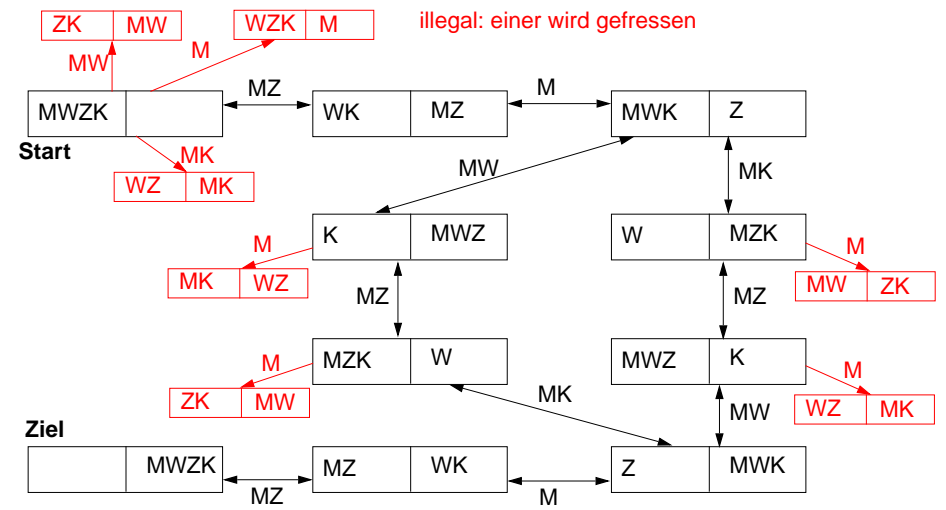
Quelle: Hopcroft, Ullman: Einführung in die Automatentheorie, formale Sprachen und Komplexitätstheorie, S. 14, 15

### Erste Analyse: evtl. wichtige

- **Objekte:** Mann, Wolf, Ziege, Kohlkopf, Ufer (links u. rechts), Fluss, Boot
- **Eigenschaften, Beziehungen:** unbewacht an einem Ufer, Wolf frisst Ziege, Ziege frisst Kohl, Boot trägt Mann + 1 Objekt
- **Tätigkeiten:** Fluss überqueren, Objekt transportieren

## Modellierung der Flussüberquerung

Kalkül: **endlicher Automat** mit Zuständen und Übergängen



## Diskussion des Modellierungsbeispiels

- Modellierung von **Abläufen**, Folgen von Schritten: Kalkül endlicher Automat
- **Abstraktion:** nur die Zustände und Übergänge interessieren
- **relevante Objekte benannt:** M, W, Z, K
- jeder **Zustand** wird charakterisiert durch ein **Paar von Mengen** der Objekte, (linkes Ufer, rechtes Ufer); jedes Objekt kommt genau einmal vor
- zulässige und **unzulässige Zustände**
- **Übergänge** werden mit den transportierten Objekten beschriftet

Besonders wichtig ist, was **nicht modelliert** wurde, da es **für die Aufgabe irrelevant** ist! z. B. die Länge des Bootes, die Breite und Tiefe des Flusses, usw.

### Kreative Leistung:

- Kalkül „endlicher Automat“ wählen, Bedeutung der Zustände und Übergänge festlegen

### systematische Tätigkeit:

- speziellen Automat aufstellen, Lösungsweg finden

Meist kann man Lösungen am Modell entwickeln.

## Modellierungsbeispiel: Getränkeautomat

Die **Bedienung eines Getränkeautomaten** soll modelliert werden. Das Gerät soll Getränke wie Kaffee, Tee, Kakao gegen **Bezahlung mit Münzen** abgeben. Man soll **Varianten der Getränke** wählen können, z. B. mit oder ohne Milch oder Zucker. Die Modellierung soll berücksichtigen, dass im Gerät nur **begrenzte Vorräte** untergebracht werden können.



Im Rahmen der **Übungen** werden **präzisere Beschreibungen** der Bedienung und der Funktionen des Getränkeautomaten entwickelt.

Im Laufe des Semesters werden wir die jeweils gelernten **Kalküle zur Modellierung des Getränkeautomaten anwenden**. Daran werden wir erkennen, welche Kalküle sich für welche Aspekte gut eignen.

# Allgemeiner Modellbegriff

- **Abbild** eines vorhandenen Originals (z. B. Schiffsmodell)
- **Vorbild** für ein herzustellendes Original (Gebäude in kleinem Maßstab; Vorbild in der Kunst)
- **konkretes** oder **abstraktes Modell** (Schiffsmodell, Rentenmodell)
- konkretes oder abstraktes **Original** (Schiff, Bevölkerungsentwicklung)

davon abweichende Bedeutungen:

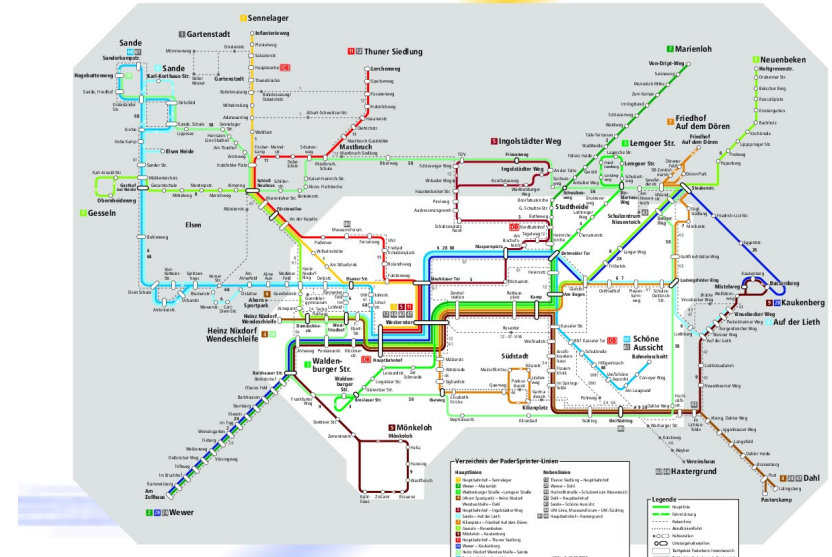
- Fotomodell: führt Mode (oder sich) vor
- Automodell: Typreihe
- in der Logik: Eine Struktur S ist ein Modell der Formeln F, wenn alle F für S gelten.

hier in der Informatik:

- **abstraktes Abbild** oder **Vorbild** zu **abstrakten** oder **konkreten Originalen**

# Modell: Buslinienplan

## PaderSprinter-Liniennetzplan



# Modell: Busfahrplan

4 Dahl → Im Lichtenfelde → Universität/Südring → Husener Straße → Hauptbahnhof → Westfriedhof → HN Wendschleife

	5. Uhr	6. Uhr	7. Uhr	8.-14. Uhr	15. Uhr	16. Uhr	17. Uhr	18. Uhr	19. Uhr	20. Uhr	21. Uhr	22. Uhr	23. Uhr	0. Uhr
Friedrichshagen	11	50	14	36	06	36	06	36	06	36	06	36	06	36
Lichtenfelde	12	51	15	37	07	37	07	37	07	37	07	37	07	37
Universität/Südring	13	52	16	38	08	38	08	38	08	38	08	38	08	38
Husener Straße	14	53	17	39	09	39	09	39	09	39	09	39	09	39
Hauptbahnhof	15	54	18	40	10	40	10	40	10	40	10	40	10	40
Westfriedhof	16	55	19	41	11	41	11	41	11	41	11	41	11	41
HN Wendschleife	17	56	20	42	12	42	12	42	12	42	12	42	12	42

**Fahrplanaufklärung**

- 12 Stundenrundlauf
- 50 13 Der Bus verkehrt hier in der nächsten Stunde
- Periodefahrplan
- 11 Uraun, die stundenweise auf einzelnen Buslinien sind teilzeitweise
- 8.-19. Stundenplan
- 10 In diesen Stunden fährt der Bus immer zu festen Intervallen

Umsatzgemäßschlüssel: Mo-Fr 1 → 1 Sande, 1 Auf der Leith, 1 Nevers, 2 Gudenberg

# Modellbegriff im allgemeinen Lexikon

**Modell** [italien., zu lat. modulus „Maß, Maßstab“], allg. Muster, Vorbild, Entwurf.  
 ▷ Mensch (auch Tier), der (das) als Vorbild für künstler. Studien oder Kunstwerke dient („sitzt“).  
 ▷ in der *Bildhauer* meist in verkleinerter Form ausgeführter Entwurf einer Plastik oder Tonarbeit, die in Bronze gegossen werden soll. – T Architekturmodell.  
 ▷ in der *Modenbranche* Bez. für 1. ein nur einmal oder in eng begrenzter Anzahl hergestelltes Kleidungsstück  
 ▷ im *Sprachgebrauch* verschiedener Wiss. (Philosophie, Naturwiss., Soziologie, Psychologie, Wirtschaftswiss., Politikwiss., Kybernetik u. a.) ein Objekt materieller oder ideeller (Gedanken-M.) Natur, das von einem Subjekt auf der Grundlage einer Struktur-, Funktions- oder Verhaltensanalyse für ein anderes Objekt (*Original*) eingesetzt und genutzt wird, um Aufgaben zu lösen, deren Durchführung unmittelbar am Original selbst nicht möglich bzw. zu aufwendig ist (z. B. Flugzeug-M. im Windkanal). Die **Modellmethode** vollzieht sich in vier Schritten: 1. Auswahl (Herstellung) eines dem [geplanten] Original entsprechenden M.; 2. Bearbeitung des M., um neue Informationen über das M. zu gewinnen (**Modellversuch**: 1. Ähnlichkeitsgesetz); 3. Schluß auf Informationen über das Original (meist Analogieschluß); ggf. 4. Durchführung der Aufgabe am Original. Infolge der Relationen zw. Subjekt, Original und M. (**Modellsystem**) ist ein M. einsetzbar u. a. zur Gewinnung neuer Informationen über das Original (z. B. Atom-M.), zur Demonstration und Erklärung (z. B. Planetarium), zur Optimierung des Originals (z. B. Netzplan), zur Überprüfung einer Hypothese oder einer techn. Konstruktion (z. B. Laberversuch). – Abweichend von diesem M. Begriff versteht die *mathemat. Logik* unter M. eine Interpretation eines Axiomensystems, bei der alle Axiome dieses Systems wahre Aussagen darstellen. Diese **Modelltheorie** liefert grundlegende Verfahren zur Behandlung von Fragen der Vollständigkeit, Widerspruchsfreiheit und Definierbarkeit.

Wissenschaften einschließlich Informatik

mathematische Logik

aus Meyers Neues Lexikon, in zehn Bänden, Meyers Lexikonverlag, 1993

# Modellbegriff im Lexikon der Informatik

Modell – Gegenstandsraum

Modell (allgemeiner Begriff)

Teilgebiet: Modellierung  
*model (in general)*

Während wir in den Formalwissenschaften wie Mathematik oder Physik einen präzisen Gebrauch des Wortes „Modell“ (→ *Gegenstandsraum*) vorfinden, wird das Modell-Denken in den Sozialwissenschaften weitgehend durch einen vagen Gebrauch des Ausdrucks „Modell“ gekennzeichnet. Folgende Begriffe, die sich in ihrer Intention oft stark unterscheiden, dürften die gebräuchlichsten Verwendungsweisen sein:

1. *Modell in der mathematischen Logik*
2. Modell als Bezeichnung für Theorien schlechthin
3. Modell als Resultat der Abbildung der Wirklichkeit.

Weitere Klassifizierungskriterien (→ *Klassifizierung*<sup>2</sup>) lassen sich nach dem Zweck, der mit den einzelnen Modellen verfolgt wird angeben (siehe Abb. S. 512).

Modell als Theorie schlechthin (2) findet sich häufig im verbalen Sprachgebrauch der Sozialwissenschaften. Insbesondere jene Teilklassen von Theorien, die mathematisiert, quantifiziert bzw. formalisiert sind, werden allgemein als Modell bezeichnet. Beispiele sind Preismodell, Rentenmodell.

Modelle als Abbild der Realität (3) stellen eine umfangreiche, sehr heterogene Klasse dar. Hierbei bilden die Beschreibungen ohne Verwendung einer Sprache, meist auf ein handliches Maß verkleinerten Nachbildungen eines vorgestellten Originals, die bekannteste Art von Modellen. Diese werden, wie z.B. der Globus, auch als ikonische oder materiale Modelle bezeichnet.

Modell in der mathematischen Logik

Teilgebiet: Logik

*model*

Es gibt zwei unterschiedliche Definitionen für Modelle der mathematischen Logik:

- a) Eine Struktur  $\Sigma$  heißt Modell einer Formelmeng  $X$ , wenn jede Formel aus  $X$  in  $\Sigma$  gültig ist.
- b) Das Paar  $(I, \zeta)$ , bestehend aus einer Interpretation  $I$  und einer Belegung  $\zeta$ , heißt Modell einer Formelmeng  $X$ , wenn jede Formel aus  $X$  bei  $I$  und  $\zeta$  wahr ist.

Für Mengen  $X$  von Aussagen, also Formeln ohne freie Variablen, sind beide Definitionen gleichwertig, da dann die Belegung keine Rolle spielt.

Die Modelltheorie beschäftigt sich mit gegenseitigen Beziehungen zwischen Aussagen formalisierter Theorien und mathematischen Strukturen, in denen die Aussagen gelten.

*Müller; Stübel*

Modell, abstrakt symbolisches

Teilgebiet: Modellierung  
*abstract symbolic model*

Eine vor allem in der Betriebswirtschaft sehr verbreitete Klasse von Modellen bilden die abstrakt symbolischen Abbilder eines Realitätskomplexes. Dabei kann es sich sowohl um rein verbale Reproduktionen eines Systems handeln als auch um ein künstliches Sprachsystem, das durch zunächst inhaltsleere symbolische Zeichen und syntaktische (→ *Syntax von Programmiersprachen*) Regeln gekennzeichnet ist.

*Stübel*

aus  
 H.-J. Schneider: Lexikon der Informatik und Datenverarbeitung, 3. Aufl., Oldenbourg Verlag, 1991

# Zweck des Modells

Der **Verwendungszweck** bestimmt die Art des Modells! z. B.

- Gebäudemodell: optischer Eindruck
- Grundriss: Einteilung des Grundstückes und der Räume
- Kostenplan: Finanzierung
- Gewerkeplan: Bauabwicklung

Nur was für den Zweck relevant ist, wird modelliert!

Vollständige Modellierung des Originals ist nicht sinnvoll.

Für den Zweck die jeweils passende Modellierungsmethode (Kalkül) verwenden!

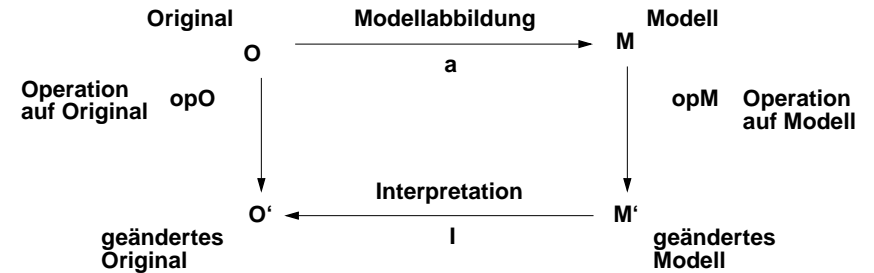
# Arbeiten mit dem Modell

- **Operationen, die man am Original nicht durchführen kann**  
 z. B. neue Flügelform im Windkanal oder in der Computer-Simulation erproben
- Bestimmte Aspekte eines **komplexen Gebildes untersuchen und verstehen**,  
 z. B. Geschäftsabläufe in einer Firma
- **Verständigung zwischen Auftraggeber und Hersteller** des Originals,  
 z. B. Hausbau, Software-Konstruktion
- Fixieren von **Anforderungen für die Herstellung** des Originals,  
 Software: Requirements, Spezifikation

**Modell validieren:**

Nachweisen, dass die **relevanten Eigenschaften des Originals korrekt und vollständig** im Modell erfasst sind und darüber Einvernehmen herstellen.

# Bezug zwischen Original und Modell



Für alle relevanten Operationen muss das Diagramm kommutieren, d. h

$$opO(O) = I(opM(a(O)))$$

Die Operation auf dem Original entspricht der Interpretation der Operation auf dem Modell.

## Modellierte Aspekte

Mod-1.19

Ein Modell beschreibt nur bestimmte Aspekte des Originals und seiner Teile:

- **Struktur**, Zusammensetzung des Originals (z. B. Organisationsschema einer Firma)
- **Eigenschaften** von Teilen des Originals (z. B. Farbe und Wert einer Spielkarte)
- **Beziehungen** zwischen Teilen des Originals (z. B. Abhängigkeiten der Gewerke beim Hausbau)
- **Verhalten** des Originals unter Operationen (z. B. Zugfolge bei der Flussüberquerung)

Zur Modellierung bestimmter Aspekte eignen sich bestimmte Methoden und Kalküle:

- **Struktur**: Wertebereiche, Entity-Relationship, KFG, Klassifikation, Typen
- **Eigenschaften**: Logik, Relationen
- **Beziehungen**: Graphen, Relationen, Logik, Entity-Relationship
- **Verhalten**: endliche Automaten, Petri-Netze, Algebren, Graphen

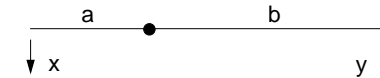
## Deklarative oder operationale Beschreibung

Mod-1.20

**Deklarative** Beschreibung des Modells  
macht Aussagen über Aspekte des Originals.

**Operationale** Beschreibung des Modells  
gibt an, wie sich das Original unter bestimmten Operationen verhält.

Beispiel Balkenwaage:



**deklarativ:**

Die Waage ist im Gleichgewicht, wenn sich die Gewichte umgekehrt proportional zu den Längen der Balken verhalten:  $x \cdot a = y \cdot b$ .

**operational:**

Erst lege ich auf den Balken der Länge a ein Gewicht x; dann lege ich auf den Balken der Länge b ein Gewicht  $y = x \cdot a / b$ ; danach ist die Waage wieder im Gleichgewicht.

**deklarativ:**

Aussagen meist allgemein gültig,  
auf die Aufgabe bezogen,  
ohne redundante Abläufe

**operational:**

häufig nur Beispiele, unvollständig,  
legt eine Lösung nahe (fest),  
erzwingt Nachvollziehen von Abläufen