

Modellierung WS 2011/2012 — Übungsblatt 6

Ausgabe: 18.11.2011 — Abgabe: 28.11.2011, 11:15 Uhr, Kasten im D3-Flur.

Aufgabe 1: Begriffe der Aussagenlogik

(Korrekturaufgabe, 3 Punkte)

- (a) Was versteht man unter der *Syntax der Aussagenlogik*?
- (b) Erläutern Sie den Begriff *Interpretation einer Formel* und wie die Interpretation für Variablen und zusammengesetzte Formeln definiert ist.
- (c) Was ist ein *logischer Schluss*?

Aufgabe 2: Formalisierung von Aussagen

(Korrekturaufgabe, 2 Punkte)

Wir betrachten die folgenden Aussagen

fr	Heute ist Freitag
me	Ich gehe in die Mensa
mo	Heute ist Montag
vo	Die Vorlesung findet statt

Formalisieren Sie die umgangssprachlichen Aussagen unter Verwendung der angegebenen Variablennamen:

- Wenn die Vorlesung stattfindet, dann gehe ich nicht in die Mensa.
- Wenn heute Montag ist oder heute Freitag ist, dann findet die Vorlesung statt.
- Ich gehe in die Mensa, nur wenn die Vorlesung stattfindet.
- Wenn die Vorlesung stattfindet und heute nicht Freitag ist, dann ist heute Montag.

Aufgabe 3: Wahrheitstabeln für logische Aussagen

(Korrekturaufgabe, 5 Punkte)

“Wie hast du es geschafft, eine Eins in der Modellierungsklausur zu schreiben?”

“Das war gar nicht so schwer. Ich habe mich einfach an folgende Grundsätze gehalten:”

- Wenn ich mal nicht in der Übung war, bin ich in die Vorlesung gegangen.
- Immer wenn ich in der Übung und in der Vorlesung war, habe ich nicht ins Modellierungsbuch geschaut.
- Wenn ich ins Modellierungsbuch geschaut habe oder nicht in der Übung war, war ich nicht in der Vorlesung.

- (a) Formalisieren Sie die drei Aussagen. Verwenden Sie dazu die angegebenen Variablennamen:

ue	Ich war in der Übung
vo	Ich war in der Vorlesung
bu	Ich habe ins Modellierungsbuch geschaut

(1 Pkt)

- (b) Interpretieren Sie die Formeln für alle Belegungen von *ue*, *vo*, und *bu*. Verwenden Sie dazu eine Wahrheitstafel. (3 Pkt)

- (c) Finden Sie mit Hilfe der Wahrheitstafel eine einfache Formulierung für den doch recht konfuse Ratschlag des Modellierungsstudierenden.. (1 Pkt)

Aufgabe 4: Erfüllbarkeit von Formeln

(Korrekturaufgabe, 4 Punkte)

(a) Prüfen Sie mit Wahrheitstafeln, ob die folgenden Formeln *allgemeingültig*, *unerfüllbar* oder nichts von beidem sind:

(1) $a \rightarrow (a \rightarrow b)$

(2) $a \rightarrow (b \rightarrow a)$

(3) $(a \rightarrow (b \wedge c)) \wedge (a \wedge \neg b)$

(b) Zeigen Sie durch Gesetze der booleschen Algebra, dass die Formeln aus Aufgabenteil (a), die Sie als *allgemeingültig* identifiziert haben, auch tatsächlich allgemeingültig sind.

Hinweis: Entfernen Sie zunächst alle Implikationen, indem Sie die Definition von \rightarrow benutzen.

Aufgabe 5: Logische Schlüsse

(Korrekturaufgabe, 4 Punkte)

Wir modellieren den Betriebszustand unseres Getränkeautomaten durch folgende Elementaraussagen:

kf Die Kühlung funktioniert
ba Die Becher sind alle
st Die Lampe "Störung" leuchtet

Für gute Getränkeautomaten fordern wir, dass die Aussagen in der folgenden Menge jederzeit gültig sind:

$$M = \{\neg kf \rightarrow st, ba \rightarrow st\}$$

Der Wartungstechniker sagt: "Wenn die Kühlung funktioniert und noch Becher da sind, brennt auch die Störungslampe nicht."

Zeigen Sie ihm, dass er Unrecht hat, indem Sie seinen logischen Schluss

$$M \models (kf \wedge \neg ba) \rightarrow \neg st$$

widerlegen. Prüfen Sie dazu alle Interpretationen der Formel

$$(kf \wedge \neg ba) \rightarrow \neg st,$$

die alle Formeln in M erfüllen. Geben Sie zusätzlich ein Gegenbeispiel in Substitutions-Schreibweise an (siehe [Mod-4.5](#)).