3. Grundlagen von SML
3.1 Ausdrücke und Aufrufe

Grundkonzepte funktionaler Sprachen:

Funktionen und **Aufrufe**, **Ausdrücke**
keine Variablen mit Zuweisungen, keine **Ablaufstrukturen**,
keine **Seiteneffekte** (im Prinzip: aber E/A, Interaktion, Abbruch etc.)

Funktionale Sprachen sind **ausdrucksorientiert** (statt anweisungsorientiert):
Programme bestehen aus Definitionen und Ausdrücken (statt Anweisungen).
Typisch: bedingter Ausdruck statt bedingter Anweisung.

```
if a>b then a-b else b-a
```

Die Auswertung jedes Programmkonstruktes liefert einen Wert
(statt einen Effekt zu erzeugen, d.h. den Programmzustand zu ändern).

Aufruf-Semantik Call-by-value (strikt)

Auswertung von Funktionsaufrufen **`(mul (2, 4))`** und von Ausdrücken mit Operatoren **`(2 * 4)`** sind semantisch gleichwertig.
In SML haben alle Funktionen genau einen Parameter, ggf. ein Tupel.

Aufruf: **`(Funktionsausdruck Parameterausdruck)`**
Auswertung nach **call-by-value**, **strikte** Auswertung:

1. **Funktionsausdruck auswerten und Closure bestimmen**; Ergebnis ist eine Funktion mit einer Closure, in der die freien Variablen der Funktion gebunden werden.
2. **Parameterausdruck auswerten**; Ergebnis an den formalen Parameter der Funktion binden.
3. **Funktionsrumpf** mit Bindungen des formalen Parameters und der Closure **auswerten**; Ergebnis ist das Ergebnis der Ausdrucksauswertung.

Beispiel:

```
fun sqr x : int = x * x;
fun zero (x : int) = 0;
```

Auswertung modelliert durch **Substitution von innen nach außen**:

```
sqr (sqr (sqr 2)) => sqr (sqr (2 * 2)) => ...
zero (sqr (sqr (sqr 2))) => ...
```

Bedingte Ausdrücke werden nicht strikt ausgewertet!

Aufruf-Semantik Call-by-need - lazy evaluation

Aufruf: **`(Funktionsausdruck Parameterausdruck)`**
Auswertung nach **call-by-name:**

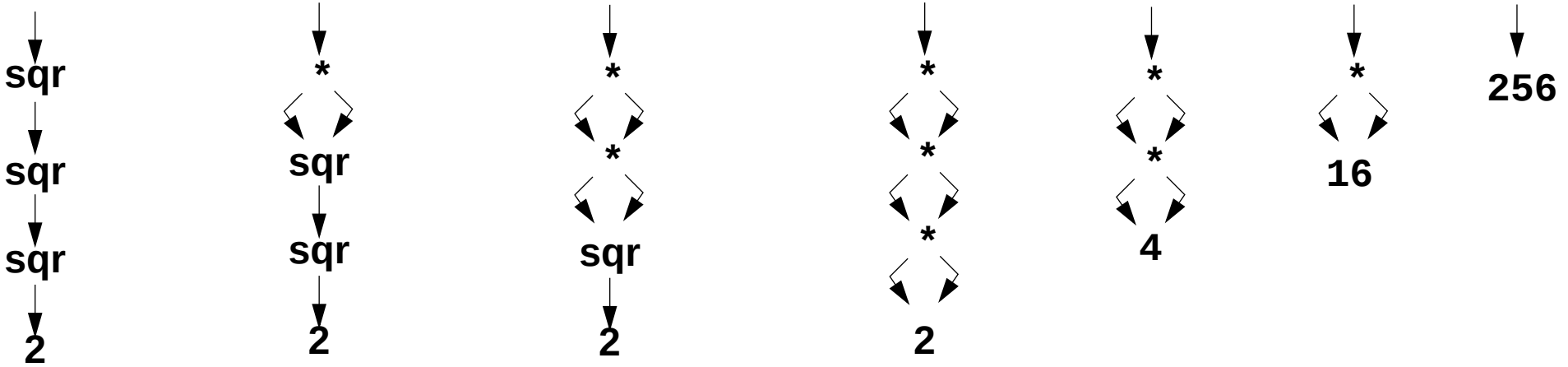
1. und 3. wie oben
2. **Parameterausdruck** an jedes Auftreten des formalen Parameters im Funktionsrumpf substituieren (nach konsistenter Umbenennung der Namen im Parameterausdruck).

Beispiel: Auswertung modelliert durch **Substitution von außen nach innen**:

```
sqr (sqr (sqr 2)) => (sqr (sqr 2)) * (sqr (sqr 2)) => ...
zero (sqr (sqr (sqr 2))) => 0
```

***** wird als Elementaroperator strikt ausgewertet.

Auswertung nach **call-by-need (lazy evaluation)**: **wie call-by-name**, aber der aktuelle Parameter wird **höchstens einmal ausgewertet** und sein Wert ggf. wiederverwendet. modelliert durch **Graph-Substitution von außen nach innen:**



3.2 Deklarationen in SML, Muster

Grundform von Deklarationen:

```
val Muster = Ausdruck
```

Der Ausdruck wird ausgewertet und liefert einen Wert w.

Das Muster ist hierarchisch aufgebaut aus

- **Bezeichnern**, die gebunden werden sollen; derselbe Bezeichner darf nicht mehrfach in einem Muster vorkommen;
- **Konstruktoren** für Datentypen, z. B. Tupel **(,)**, Listen **::** oder durch **datatype** eingeführte Konstruktoren, Zahlen;
- ._ anstelle eines Bezeichners (es wird nicht gebunden).

Der Wert w wird gemäß der Struktur des Musters zerlegt. Die Teilwerte werden an die entsprechenden Bezeichner gebunden.

```
fun foo x = (x, x);

val x = sqr 3;
val (c, d) = foo 42;
val h::_ = [1, 2, 3];

val (a, b) = (sqr 2, sqr 3);
val (x,y)::z = [foo 41, (3,4), (5,6)];
```

Funktionsdeklarationen

`val`-Deklaration einer rekursiven Funktion:

```
val rec Fac = fn n => if n <= 1 then 1 else n * Fac (n-1);
```

Kurzform für Funktionsdeklarationen:

```
fun Name Parametermuster = Ausdruck;
```

```
fun Fac n = if n <= 1 then 1 else n * Fac (n-1);
```

Funktionsdeklaration mit Fallunterscheidung über Muster:

```
fun  FName Muster1 = Ausdruck1
|    FName Muster2 = Ausdruck2
...;
```

Die Muster werden nacheinander auf den Parameter angewandt, bis das erste trifft.

```
fun  app (nil, lr) =  lr
|    app (ll, nil)=  ll
|    app (h::t, r)=  h :: (app (t, r));
```

statt mit bedingten Ausdrücken über den Parameter:

```
fun app (ll, lr) =    if ll = nil then lr else
                      if lr = nil then ll else
                      (hd ll) :: (app (tl ll, lr));
```

Statische Bindung in SML

Auswerten einer **`val`**-Deklaration erzeugt eine **Menge von Bindungen** *Bezeichner -> Wert,* je eine für jeden Bezeichner im Muster.
In einer **Gruppe von Deklarationen**, die mit **and** verknüpft sind, gelten **alle Bindungen** der Gruppe **in allen Ausdrücken** der Gruppe (Algol-Verdeckungsregel)

```
fun  f x = if p x then x else g x and
     g x = if q x then x else f x;
```

In **einzelnen Deklarationen**, die durch **`;`** getrennt werden, gelten die Definitionen **erst nach dem Ausdruck** der Deklaration.
Ausnahme: **`val rec Muster = Ausdruck`**; Bindungen gelten schon im Ausdruck.

Jede **einzelne Deklaration** oder Deklarationsgruppe bildet einen einzelnen **Abschnitt** im Sinne der Verdeckungsregeln: **Gleichbenannte Deklarationen verdecken Bindungen** des umfassenden (vorangehenden) Konstruktes:

```
val  a  =  42;
val  b  =  2 * a;
val  a  =  3;
val  c  =  a + 1;
   a + b * c;
```

`let`-Konstrukt fasst Deklarationen mit dem Ausdruck zusammen, in dem ihre Bindungen gelten:

```
let D1; D2; ... in Ausdruck end
```

`local`-Konstrukt fasst Deklarationen mit der Deklaration zusammen, in der ihre Bindungen gelten:

```
local D1; D2; ... in Deklaration end
```

3.3 Typen, Grundtypen

`int` und **`real`**:

`real`-Literale: **`1.2E3  7E~5`**
binäre Operatoren: **`+ - * /`**
unäres Minus: **`~`**
sind **überladen** für **`int`** und **`real`**.
Deshalb sind Typangaben nötig,
wenn der Typ der Operanden nicht eindeutig ist:

```
fun sqr (x : real) = x * x;
```

Funktionsbibliotheken **`Int`**, **`Real`**, **`Math`**:

```
Int.min (7, Int.abs i);
Math.sin (r) / r;
```

`string`:

Literale wie in C: **`"Hello World!\n"`**
Konkatenationsoperator: **`^`**

Funktionsbibliothek **`String`**

`char`:

Literale: **`#"a"  #"\n"`**

`bool`:

Literale: **`true false`**
Operatoren: **`orelse andalso not`**
nicht strikt, d. h. Kurzauswertung (wie in C)
Vergleichsoperatoren: **`=`**, **`<>`**, **`<`**, **`>`** , **`>=`**, **`<=`**

Tupel, Records

Tupel:

```
val zerovec = (0.0, 0.0);  val today = (5, "Mai", 2010);
```

Funktion mit Tupel als Parameter:

```
fun average (x, y) = (x+y)/2.0;    average (3.1, 3.3);
```

Typdefinitionen:

```
type Vec2 = real * real;
fun trans ((a,b):Vec2, x):Vec2 = (a+x, b+x);
trans (zerovec, 3.0);
```

Records - Tupel mit Selektornamen:

```
type Date = {day:int, month:string,year:int};
val today = {year=2010, month="Mai", day=5}:Date;
fun add1year {day=d, month=m, year=y} =
     {day=d, month=m, year=(y+1)};
```

Benutzung von Selektorfunktionen:

```
#day today;
```

unvollständiges Record-Pattern:

```
fun thisyear ({year,...}:Date) = year = 1997;
```

Parametrisierte Typen (GdP-5.9)

Parametrisierte Typen (Polytypen, polymorphe Typen):
Typangaben mit **formalen Parametern, die für Typen** stehen.

Man erhält aus einem Polytyp einen konkreten Typ durch **konsistentes Einsetzen eines beliebigen Typs** für jeden Typparameter.

Ein Polytyp beschreibt die **Typabstraktion**, die allen daraus erzeugbaren konkreten Typen gemeinsam ist.

Beispiele in SML-Notation mit **`'a, 'b`**, ... für Typparameter:

Polytyp	gemeinsame Eigenschaften	konkrete Typen dazu
`'a` × `'b`	Paar mit Komponenten **beliebigen** Typs	**`int` × `real`** **`int` × `int`**
`'a` × `'a`	Paar mit Komponenten **gleichen** Typs	**`int` × `int`** **`(int->real)` × `(int->real)`**

rekursiv definierte Polytypen:

**`'a list = 'a` × `'a list	{nil}`**	homogene, lineare Listen	**`int list`** **`real list`** **`(int` × `int) list`**

Verwendung z. B. in **Typabstraktionen** und in **polymorphen Funktionen**

Polymorphe Funktionen (GdP-5.9a)

(Parametrisch) **polymorphe Funktion**:
eine Funktion, deren **Signatur ein Polytyp** ist, d. h. Typparameter enthält.

Die Funktion ist auf Werte eines jeden konkreten Typs zu der Signatur anwendbar.
D. h. sie muss unabhängig von den einzusetzenden Typen sein;

Beispiele:
Eine Funktion, die die Länge einer beliebigen homogenen Liste bestimmt:

```
fun length l = if null l then 0 else 1 + length (tl l);
```

polymorphe Signatur: **`'a list -> int`**
Aufrufe: **`length ([1, 2, 3]); length ([(1, true), (2, true)]);`**

Funktionen mit Paaren:

```
fun pairself x = (x, x);

fun car (x, _) = x;

fun cdar (_, (x, _)) = x;

fun id x = x;
```

Typinferenz

SML ist **statisch typisiert**. **Typangaben** sind meist **optional**.

Typinferenz:

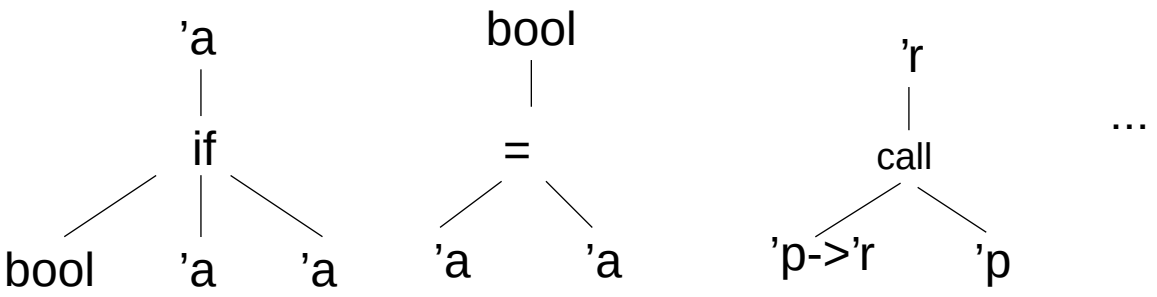
Der **Typ T** eines Programmobjektes (benannt in Deklaration) oder eines Programmkonstruktes (unbenannter Ausdruck) wird aus dem Programmtext statisch ermittelt und geprüft.
T ist der **allgemeinste Typ** (hinsichtlich der Typparameter), der mit den Operationen in der Deklaration bzw. in dem Ausdruck konsistent ist.

Verfahren:

Gleichungssystem mit **Typ-variablen** vollständig aufstellen:

- Typ von Literalen ist bekannt.
- Typ von gebundenen Namen ist bekannt.
- Für hier definierte Namen n (in Mustern) Typ(n) einsetzen
- Typregeln für jedes Programmkonstrukt auf Programmbaum systematisch anwenden, liefert **alle** Gleichungen.

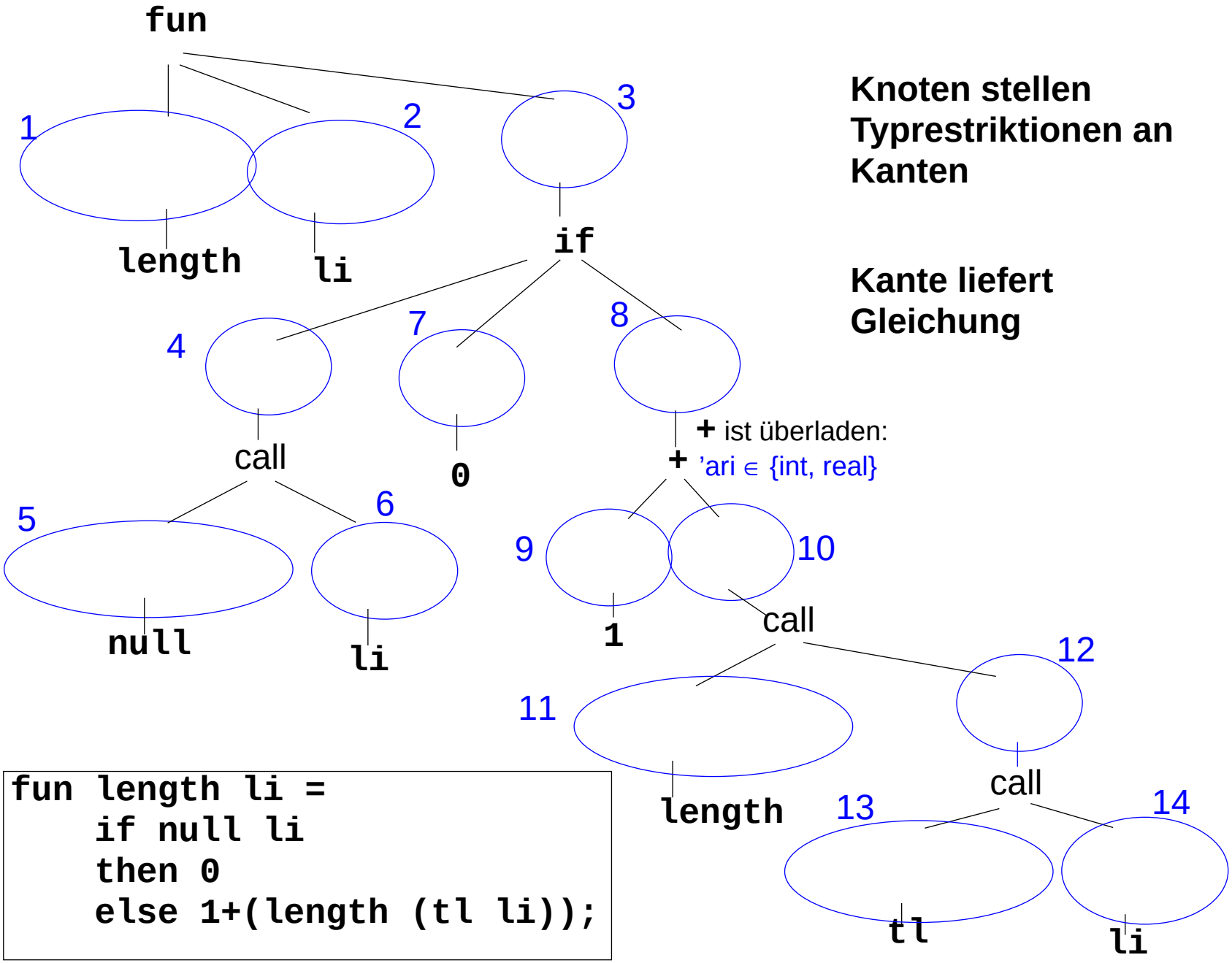
einige Typregeln:



Gleichungssystem lösen:

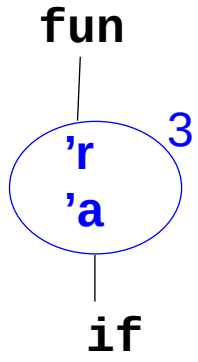
- Widersprüche -> Typfehler
- Alle Typvariablen gebunden -> Typen der definierten Namen gefunden
- Einige Typvariablen bleiben offen -> der Typ ist **polymorph**

Beispiel zur Typinferenz, Strukturbaum



Knoten stellen Typrestriktionen an Kanten

Kante liefert Gleichung

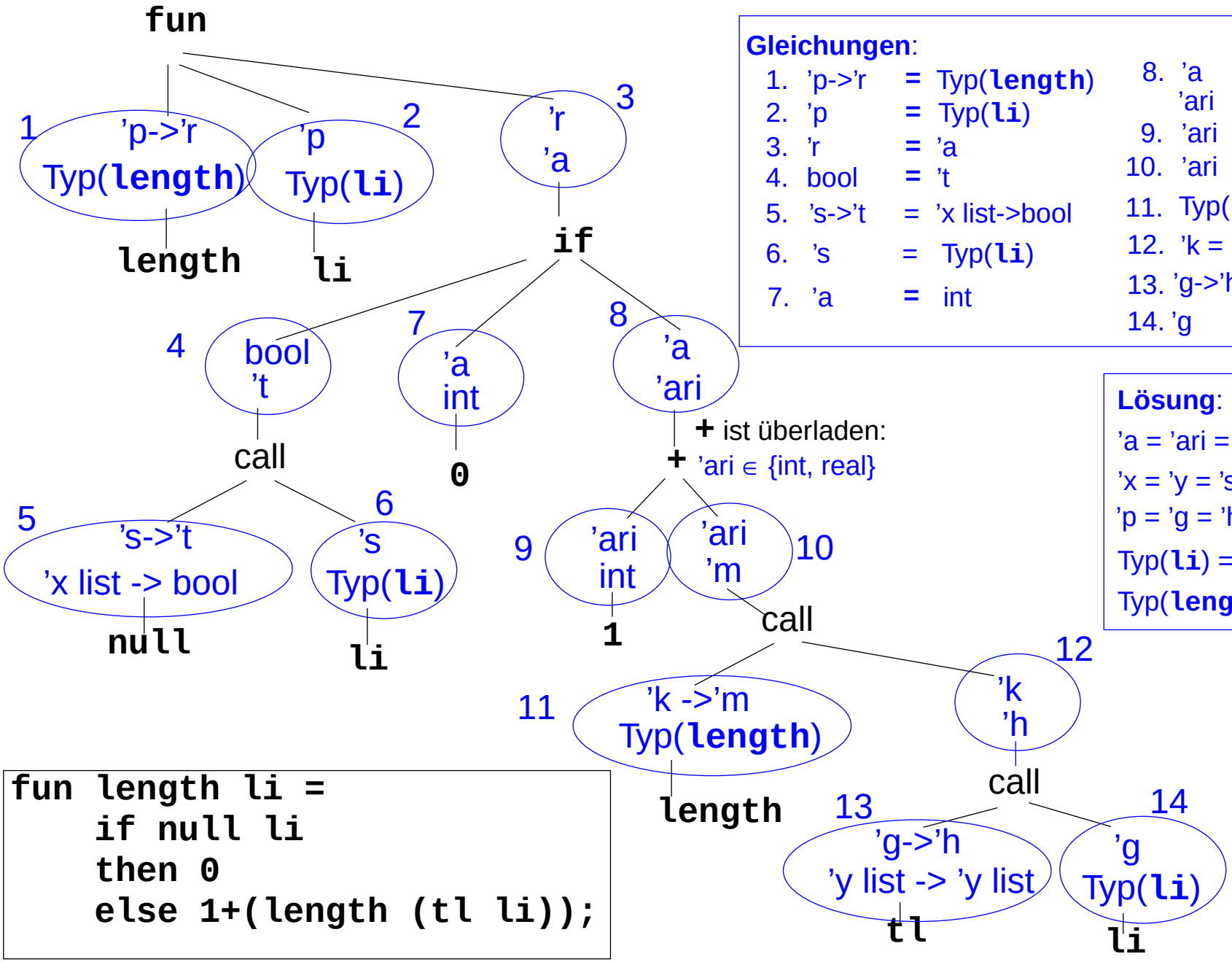


3. 'r = 'a

+ ist überladen:
'ari ∈ {int, real}

```
fun length li =
    if null li
    then 0
    else 1+(length (tl li));
```

Beispiel zur Typinferenz



Gleichungen:

1. 'p->'r = Typ(**length**)
2. 'p = Typ(**li**)
3. 'r = 'a
4. bool = 't
5. 's->'t = 'x list->bool
6. 's = Typ(**li**)
7. 'a = int
8. 'a = 'ari
   'ari ∈ {int, real}
9. 'ari = int
10. 'ari = 'm
11. Typ(**length**) = 'k->'m
12. 'k = 'h
13. 'g->'h = 'y list -> 'y list
14. 'g = Typ(**li**)

Lösung:

'a = 'ari = 'r = 'm = int

'x = 'y = 's

'p = 'g = 'h = 'x list

Typ(**li**) = 'x list

Typ(**length**) = 'x list->int

```
fun length li =
    if null li
    then 0
    else 1+(length (tl li));
```